Click Here

Minimo comune multiplo come si calcola

Un’altro metodo meno empirico per calcolare il Minimo Comune Multiplo si basa sulla seguente proprietà fondamentale: MCM (A, B) = (A × B) ÷ MCD (A, B) ossia: il Minimo Comune Multiplo tra due numeri è sempre uguale al loro prodotto diviso il loro Massimo Comun Divisore. Conoscendo quindi il Massimo Comune Divisore il calcolo risulta quindi piuttosto semplice. Applichiamo il metodo di calcolo alternativo con riferimento all’esempio precedente dove A = 12 e B = 28. Sostituendo i valori nella proprietà sopra descritta avremo: MCM (12, 28) = (12 × 28) ÷ MCD (12, 28) Calcoliamo ora il Massimo Comune Divisore tra 12 e 28: MCD (12, 28) = 4 da cui, effettuando il prodotto e sostituendo il valore, otteniamo: MCM (12, 28) = 336 ÷ 4 = 84 Applicazioni pratiche: somma e sottrazione di frazioni Il minimo comune multiplo si utilizza per calcolare le addizioni e le sottrazioni di frazioni. Se due frazioni hanno lo stesso denominatore, la loro somma sarà una terza frazione che ha lo stesso denominatore delle prime due e come numeratore la somma dei numeratori delle due frazioni. Esempio: 1 2 3 ——— + ——— = ——— 5 5 5 Le cose si complicano leggermente quando i denominatori sono diversi, come nel seguente esempio. 2 3 ——— + ——— 3 4 Si determina prima di tutto il minimo comune multiplo dei due denominatori: MCM (3, 4) = 12 e si pone come denominatore della frazione risultante. Si divide il nuovo denominatore (12) per il denominatore della prima frazione: 12 ÷ 3 = 4 e si moltiplica il risultato per il numeratore della prima frazione: 4 × 2 = 8. Analogamente, si divide il nuovo denominatore (12) per il denominatore della seconda frazione: 12 ÷ 4 = 3 e si moltiplica il risultato per il numeratore della seconda frazione: 3 × 3 = 9. Il nuovo numeratore sarà dato dalla somma dei due prodotti, ovvero: 8 + 9 = 17. La somma delle due frazioni è pertanto: 17 ———— 12 Nota: per la sottrazione di frazioni vale lo stesso metodo di calcolo con la differenza che per determinare il numeratore anziché la somma dei due prodotti si fa la sottrazione. Il minimo comune multiplo (m.c.m.) è il più piccolo multiplo comune di due interi a e b. Si indica con $$ mcm(a,b) $$ oppure $$ [a,b] $$ Dal punto di vista pratico il minimo comune multiplo di due numeri è il prodotto di tutti i fattori primi, comuni e non comuni, presi una sola volta con l'esponente più alto. Esempio. Per calcolare il m.c.m. di 30 e 40 scompongo i due numeri in fattori primi $$ 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 $$ $$ 40 = 2^3 \cdot 5 $$ I fattori primi comuni e non comuni con esponente più alto sono 23, 3 e 5. Pertanto, il minimo comune multiplo è 23·3·5=120. $$ mcm(30,40) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120 $$ Dati due numeri interi a e b, il minimo comune multiplo è un intero m tale che Sia a che b sono divisori di m $$ a|m \\ b|m $$ L'intero m è un multiplo di ogni divisore k di a e b $$ \forall \ k \in Z : a|k ∧ b|k \rightarrow k|m $$ Nota. Si dovrebbe parlare di "un" minimo comune multiplo perché, dati due interi a e b, esistono due elementi associati multipli m e -m che soddisfano le condizioni precedenti. Quando si parla "del" minimo comune multiplo si intende l'intero positivo (m) senza considerare il segno. Ad esempio, il mcm(30,40) è uguale a 120 ma anche -120. Ad esempio, sia 30 che 40 sono divisori di -120. Inoltre, -120 è un multiplo di ogni divisore di 30 e di 40. Per convenzione si considera solo il numero positivo. Come si calcola il minimo comune multiplo Per calcolare il minimo comune multiplo di due interi, scompongo i due interi in fattori primi. Poi moltiplico tutti i fattori primi in comune e non in comune con esponente più grande. Nota. Questo metodo è utile solo se i numeri sono facilmente scomponibili. Spesso la scomposizione in fattori primi non è sempre facile. Un esempio pratico Dati due interi a=40 e b=30 $$ a=40 \\ b=30 $$ I fattori primi dei due numeri sono $$ \begin{array}{c|c} a & f \\ \hline 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} $$ $$ \begin{array}{c|c} b & f \\ \hline 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} $$ Quindi $$ a=40= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^3 \cdot 5 $$ $$ b=30= 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2 \cdot 3 \cdot 5 $$ Moltiplico tra loro tutti i fattori primi presi una sola volta con l'esponente più alto. $$ mcm(40,30) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120 $$ Metodi alternativi di calcolo Esistono anche altri metodi per calcolare il minimo comune multiplo. Sono molto utili quando la scomposizione in fattori primi non è semplice. A] Tramite il MCD Il minimo comune multiplo è uguale al prodotto tra i due numeri diviso per il massimo comune divisore dei due numeri. $$ mcm(a,b) = \frac{a \cdot b}{MCD(a,b)} $$ Esempio. Il massimo comune divisore di 30 e 40 è uguale a 10. $$ MCD(30,40)=10 $$ Quindi, il minimo comune multiplo di 30 e 40 è $$ mcm(30,40) = \frac{30 \cdot 40}{MCD(30,40)} = \frac{1200}{10} = 120 $$ Resta però il problema di calcolare il massimo comune divisore tramite la scomposizione in fattori primi. Per evitare questo problema uso l'algoritmo di Euclide. B] Algoritmo di Euclide L'algoritmo di Euclide trova il massimo comune divisore tra due numeri. E' utile per calcolare il minimo comune multiplo tramite il massimo comune divisore (metodo A) senza procedere alla scomposizione in fattori primi. Esempio. Per calcolare il massimo comune divisore tra 30 e 40, divido il numero più grande per il più piccolo $$ 40 : 30 = 1 \ con \ resto \ 10 $$ Poi divido il divisore 30 per il resto 10 $$ 30:10 = 3 \ con \ resto \ 0 $$ L'algoritmo di Euclide termina qui perché il resto della divisione è nullo. Il massimo comune divisore è l'ultimo resto non nullo. In questo caso il MCD(30,40)=10. La relazione tra minimo comune multiplo (mcm) e massimo comune divisore (MCD) Il minimo comune multiplo (mcm) è legato dalla seguente relazione con il massimo comune divisore (MCD) di due interi a e b. $$ mcm(a,b)=\frac{ab}{MCD(a,b)} $$ Esempio Dati due interi a=8 e b=12 $$ mcm(8,12)=24 $$ $$ MCD(8,12)=4 $$ Verifico la relazione precedente $$ mcm(a,b)=\frac{ab}{MCD(a,b)} $$ $$ mcm(8,12)=\frac{8 \cdot 12}{MCD(8,12)} $$ $$ 24=\frac{96}{4} $$ $$ 24=24 $$ L'uguaglianza è soddisfatta. E così via. In questa guida spieghiamo come si calcola il minimo comune multiplo.Il minimo comune multiplo (anche: m.c.m.) è il più piccolo dei multipli comuni a due o più numeri diversi da zero. I multipli di un numero sono infiniti. Per costruire i multipli di un numero è sufficiente moltiplicare questo per 0, 1, 2, 3, ... ecc. Dati due numeri come 2 e 3 i loro multipli saranno rispettivamente: il numero sottolineato è il multiplo comune più piccolo, il quale è maggiore di entrambi i numeri considerati (cosa che non potrebbe essere altrimenti dato che si tratta di un multiplo).Possiamo anche dire che se tra due o più numeri ve n’è uno divisibile per gli altri, questo è il minimo comune multiplo dei numeri dati. Nel nostro caso, dati i numeri 2, 3, 6, l’ultimo di questi, essendo divisibile per gli altri due, è il loro m.c.m.Quando si hanno tre o più numeri, bisogna dapprima trovare il m.c.m. di due di essi, poi col m.c.m. trovato e un altro dei numeri considerati si ricerca un secondo m.c.m. e così via sino ad aver esaurito tutti i numeri. Il m.c.m. degli ultimi due numeri è quello desiderato. Se due o più numeri vengono moltiplicati o divisi per uno stesso numero, anche il loro m.c.m. viene moltiplicato o diviso (sempre nel caso che tale numero sia un divisore comune dei numeri presi in considerazione) per tale numero.Si può trovare il m.c.m. tra due o più numeri usando il metodo dei fattori primi, cioè scomponendo i numeri dati in fattori ed eseguendo il prodotto dei fattori primi (comuni e non comuni) al massimo esponente.Vediamo un semplice esempio pratico. Due treni passano davanti a un casello rispettivamente ogni 6 e ogni 8 ore. Supposto che il casellante li abbia visti passare contemporaneamente alle ore 22 di un dato giorno, tra quante oro i treni torneranno a incrociarsi? Il numero delle ore che trascorrerà prima del passaggio simultaneo, sarà dato dal m.c.m. di 6 e 8, cioè 24. Alle 22 dell’indomani i treni sfrecceranno di nuovo insieme davanti agli occhi del casellante. Smallest positive number divisible by two integers A Venn diagram showing the least common multiples of all subsets of {2, 3, 4, 5, 7}. In arithmetic and number theory, the least common multiple, lowest common multiple, or smallest common multiple of two integers a and b, usually denoted by lcm(a, b), is the smallest positive integer that is divisible by both a and b.[1][2] Since division of integers by zero is undefined, this definition has meaning only if a and b are both different from zero.[3] However, some authors define lcm(a, 0) as 0 for all a, since 0 is the only common multiple of a and 0. The least common multiple of the denominators of two fractions is the "lowest common denominator" (lcd), and can be used for adding, subtracting or comparing the fractions. The least common multiple of more than two integers a, b, c, . . . , usually denoted by lcm(a, b, c, . . .), is defined as the smallest positive integer that is divisible by each of a, b, c, . . .[1] A multiple of a number is the product of that number and an integer. For example, 10 is a multiple of 5 because 5 × 2 = 10, so 10 is divisible by 5 and 2. Because 10 is the smallest positive integer that is divisible by both 5 and 2, it is the least common multiple of 5 and 2. By the same principle, 10 is the least common multiple of −5 and −2 as well. The least common multiple of two integers a and b is denoted as lcm(a, b).[1] Some older textbooks use [a, b].[3][4] lcm (4 , 6) {\displaystyle \operatorname {lcm} (4,6)} Multiples of 4 are: 4 , 8 , 12 , 16 , 20 , 24 , 28 , 32 , 36 , 40 , 44 , 48 , 52 , 56 , 60 , 64 , 68 , 72 , 76 , . . . {\displaystyle 4,8,12,16,20,24,28,32,36,40,44,48,52,56,60,64,68,72,76,...} Multiples of 6 are: 6 , 12 , 18 , 24 , 30 , 36 , 42 , 48 , 54 , 60 , 66 , 72 , . . . {\displaystyle 6,12,18,24,30,36,42,48,54,60,66,72,...} Common multiples of 4 and 6 are the numbers that are in both lists: 12 , 24 , 36 , 48 , 60 , 72 , . . . {\displaystyle 12,24,36,48,60,72,...} In this list, the smallest number is 12. Hence, the least common multiple is 12. When adding, subtracting, or comparing simple fractions, the least common multiple of the denominators (often called the lowest common denominator) is used, because each of the fractions can be expressed as a fraction with this denominator. For example, 2 21 + 1 6 = 4 42 + 7 42 = 11 42 {\displaystyle {2 \over 21}+{1 \over 6}={4 \over 42}+{7 \over 42}={11 \over 42}} where the denominator 42 was used, because it is the least common multiple of 21 and 6. Suppose there are two meshing gears in a machine, having m and n teeth, respectively, and the gears are marked by a line segment drawn from the center of the first gear to the center of the second gear. When the gears begin rotating, the number of rotations the first gear must complete to realign the line segment can be calculated by using lcm (m , n) {\displaystyle \operatorname {lcm} (m,n)} . The first gear must complete lcm (m , n) m {\displaystyle \operatorname {lcm} (m,n) \over m} rotations for the realignment. By that time, the second gear will have made lcm (m , n) n {\displaystyle \operatorname {lcm} (m,n) \over n} rotations. See also: Syzygy (astronomy) Suppose there are three planets revolving around a star which take l, m and n units of time, respectively, to complete their orbits. Assume that l, m and n are integers. Assuming the planets started moving around the star after an initial linear alignment, all the planets attain a linear alignment again after lcm (l , m , n) {\displaystyle \operatorname {lcm} (l,m,n)} units of time. At this time, the first, second and third planet will have completed lcm (l , m , n) l {\displaystyle \operatorname {lcm} (l,m,n) \over l} , lcm (l , m , n) m {\displaystyle \operatorname {lcm} (l,m,n) \over m} and lcm (l , m , n) n {\displaystyle \operatorname {lcm} (l,m,n) \over n} orbits, respectively, around the star.[5] There are several ways to compute least common multiples. The least common multiple can be computed from the greatest common divisor (gcd) with the formula lcm (a , b) = | a b | gcd (a , b) . {\displaystyle \operatorname {lcm} (a,b)={\frac {|ab|}{\gcd(a,b)}}.} To avoid introducing integers that are larger than the result, it is convenient to use the equivalent formulas lcm (a , b) = | a | | b | gcd (a , b) = | b | | a | gcd (a , b) , {\displaystyle \operatorname {lcm} (a,b)=|a|\,{\frac {|b|}{\gcd(a,b)}}=|b|\,{\frac {|a|}{\gcd(a,b)}},} where the result of the division is always an integer. These formulas are also valid when exactly one of a and b is 0, since gcd(a, 0) = |a|. However, if both a and b are 0, these formulas would cause division by zero; so, lcm(0, 0) = 0 must be considered as a special case. To return to the example above, lcm (21 , 6) = 6 × 21 gcd (21 , 6) = 6 × 21 3 = 6 × 7 = 42. {\displaystyle \operatorname {lcm} (21,6)=6\times {\frac {21}{\gcd(21,6)}}=6\times {\frac {21}{3}}=6\times 7=42.} There are fast algorithms, such as the Euclidean algorithm for computing the gcd that do not require the numbers to be factored. For very large integers, there are even faster algorithms for the three involved operations (multiplication, gcd, and division); see Fast multiplication. As these algorithms are more efficient with factors of similar size, it is more efficient to divide the largest argument of the lcm by the gcd of the arguments, as in the example above. The unique factorization theorem indicates that every positive integer greater than 1 can be written in only one way as a product of prime numbers. The prime numbers can be considered as the atomic elements which, when combined, make up a composite number. For example: 90 = 2 1 · 3 2 · 5 1 = 2 · 3 · 3 · 5. {\displaystyle 90=2^{1}\cdot 3^{2}\cdot 5^{1}=2\cdot 3\cdot 3\cdot 5.} Here, the composite number 90 is made up of one atom of the prime number 2, two atoms of the prime number 3, and one atom of the prime number 5. This fact can be used to find the lcm of a set of numbers. Example: lcm(8,9,21) Factor each number and express it as a product of prime number powers. 8 = 2 3 9 = 3 2 21 = 3 1 · 7 1 {\displaystyle {\begin{aligned}8&=2^{3}\\9&=3^{2}\\21&=3^{1}\cdot 7^{1}\end{aligned}}} The lcm will be the product of multiplying the highest power of each prime number together. The highest power of the three prime numbers 2, 3, and 7 is 23, 32, and 71, respectively. Thus, lcm (8 , 9 , 21) = 2 3 · 3 2 · 7 1 = 8 · 9 · 7 = 504. {\displaystyle \operatorname {lcm} (8,9,21)=2^{3}\cdot 3^{2}\cdot 7^{1}=8\cdot 9\cdot 7=504.} This method is not as efficient as reducing to the greatest common divisor, since there is no known general efficient algorithm for integer factorization. The same method can also be illustrated with a Venn diagram as follows, with the prime factorization of each of the two numbers demonstrated in each circle and all factors they share in common in the intersection. The lcm then can be found by multiplying all of the prime numbers in the diagram. Here is an example: 48 = 2 × 2 × 2 × 2 × 3, 180 = 2 × 2 × 3 × 3 × 5, sharing two "2"s and a "3" in common: Least common multiple = 2 × 2 × 2 × 2 × 3 × 3 × 5 = 720 Greatest common divisor = 2 × 2 × 3 = 12 Product = 2 × 2 × 2 × 2 × 3 × 2 × 2 × 3 × 3 × 5 = 8640 This also works for the greatest common divisor (gcd), except that instead of multiplying all of the numbers in the Venn diagram, one multiplies only the prime factors that are in the intersection. Thus the gcd of 48 and 180 is 2 × 2 × 3 = 12. According to the fundamental theorem of arithmetic, every integer greater than 1 can be represented uniquely as a product of prime numbers, up to the order of the factors: n = 2 n 2 3 n 3 5 n 5 7 n 7 ··· = ∏ p p n p , {\displaystyle n=2^{n_{2}}3^{n_{3}}5^{n_{5}}7^{n_{7}}\cdots =\prod _{p}p^{n_{p}},} where the exponents n2, n3, ... are non-negative integers; for example, 84 = 22 31 50 71 110 130 ... Given two positive integers a = ∏ p p a p {\textstyle a=\prod _{p}p^{a_{p}}} and b = ∏ p p b p {\textstyle b=\prod _{p}p^{b_{p}}} , their greatest common divisor and least common multiple are given by the formulas gcd (a , b) = ∏ p p min (a p , b p) {\displaystyle \gcd(a,b)=\prod _{p}p^{\min(a_{p},b_{p})}} and lcm (a , b) = ∏ p p max (a p , b p) . {\displaystyle \operatorname {lcm} (a,b)=\prod _{p}p^{\max(a_{p},b_{p})}.} Since min (x , y) + max (x , y) = x + y , {\displaystyle \min(x,y)+\max(x,y)=x+y,} this gives gcd (a , b) lcm (a , b) = a b . {\displaystyle \gcd(a,b)\operatorname {lcm} (a,b)=ab.} In fact, every rational number can be written uniquely as the product of primes, if negative exponents are allowed. When this is done, the above formulas remain valid. For example: 4 = 2 2 3 0 , 6 = 2 1 3 1 , gcd (4 , 6) = 2 1 3 0 = 2 , lcm (4 , 6) = 2 2 3 1 = 12. 1 3 = 2 0 3 − 1 5 0 , 2 5 = 2 1 3 0 5 − 1 , gcd (1 3 , 2 5) = 2 0 3 − 1 5 − 1 = 1 15 , lcm (1 3 , 2 5) = 2 1 3 0 5 0 = 2 , 1 6 = 2 − 1 3 − 1 , 3 4 = 2 − 2 3 1 , gcd (1 6 , 3 4) = 2 − 2 3 − 1 = 1 12 , lcm (1 6 , 3 4) = 2 − 1 3 1 = 3 2 . {\displaystyle {\begin{aligned}4&=2^{2}3^{0},&6&=2^{1}3^{1},&\gcd(4,6)&=2^{1}3^{0}=2,&\operatorname {lcm} (4,6)&=2^{2}3^{1}=12.\\[8pt]{\tfrac {1}{3}}&=2^{0}3^{-1}5^{0},&{\tfrac {2}{5}}&=2^{1}3^{0}5^{-1},&\gcd \left({\tfrac {1}{3}},{\tfrac {2}{5}}\right)&=2^{0}3^{-1}5^{-1}={\tfrac {1}{15}},&\operatorname {lcm} \left({\tfrac {1}{3}},{\tfrac {2}{5}}\right)&=2^{1}3^{0}5^{0}=2,\\[8pt]{\tfrac {1}{6}}&=2^{-1}3^{-1},&{\tfrac {3}{4}}&=2^{-2}3^{1},&\gcd \left({\tfrac {1}{6}},{\tfrac {3}{4}}\right)&=2^{-2}3^{-1}={\tfrac {1}{12}},&\operatorname {lcm} \left({\tfrac {1}{6}},{\tfrac {3}{4}}\right)&=2^{-1}3^{1}={\tfrac {3}{2}}.\end{aligned}}} The positive integers may be partially ordered by divisibility: if a divides b (that is, if b is an integer multiple of a) write a ≤ b (or equivalently, b ≥ a). (Note that the usual magnitude-based definition of ≤ is not used here.) Under this ordering, the positive integers become a lattice, with meet given by the gcd and join given by the lcm. The proof is straightforward, if a bit tedious; it amounts to checking that lcm and gcd satisfy the axioms for meet and join. Putting the lcm and gcd into this more general context establishes a duality between them: If a formula involving integer variables, gcd, lcm, ≤ and ≥ is true, then the formula obtained by switching gcd with lcm and switching ≥ with ≤ is also true. (Remember ≤ is defined as divides). The following pairs of dual formulas are special cases of general lattice-theoretic identities. Commutative laws lcm (a , b) = lcm (b , a) , {\displaystyle \operatorname {lcm} (a,b)=\operatorname {lcm} (b,a),} gcd (a , b) = gcd (b , a) . {\displaystyle \gcd(a,b)=\gcd(b,a).} Associative laws lcm (a , lcm (b , c)) = lcm (lcm (a , b) , c) , {\displaystyle \operatorname {lcm} (a,\operatorname {lcm} (b,c))=\operatorname {lcm} (\operatorname {lcm} (a,b),c),} gcd (a , gcd (b , c)) = gcd (gcd (a , b) , c) . {\displaystyle \gcd(a,\gcd(b,c))=\gcd(\gcd(a,b),c).} Absorption laws lcm (a , gcd (a , b)) = a , {\displaystyle \operatorname {lcm} (a,\gcd(a,b))=a,} gcd (a , lcm (a , b)) = a . {\displaystyle \gcd(a,\operatorname {lcm} (a,b))=a.} Idempotent laws lcm (a , a) = a , {\displaystyle \operatorname {lcm} (a,a)=a,} gcd (a , a) = a . {\displaystyle \gcd(a,a)=a.} Define divides in terms of lcm and gcd a ≥ b ⟺ a = lcm (a , b) , {\displaystyle a\geq b\iff a=\operatorname {lcm} (a,b),} a ≤ b ⟺ a = gcd (a , b) . {\displaystyle a\leq b\iff a=\gcd(a,b).} It can also be shown[6] that this lattice is distributive; that is, lcm distributes over gcd and gcd distributes over lcm: lcm (a , gcd (b , c)) = gcd (lcm (a , b) , lcm (a , c)) , {\displaystyle \operatorname {lcm} (a,\gcd(b,c))=\gcd(\operatorname {lcm} (a,b),\operatorname {lcm} (a,c)),} gcd (a , lcm (b , c)) = lcm (gcd (a , b) , gcd (a , c)) . {\displaystyle \gcd(a,\operatorname {lcm} (b,c))=\operatorname {lcm} (\gcd(a,b),\gcd(a,c)).} This identity is self-dual: gcd (lcm (a , b) , lcm (b , c) , lcm (a , c)) = lcm (gcd (a , b) , gcd (b , c) , gcd (a , c)) . {\displaystyle \gcd(\operatorname {lcm} (a,b),\operatorname {lcm} (b,c),\operatorname {lcm} (a,c))=\operatorname {lcm} (\gcd(a,b),\gcd(b,c),\gcd(a,c)).} Let D be the product of ω(D) distinct prime numbers (that is, D is squarefree). Then[7] | { (x , y) : lcm (x , y) = D } | = 3 ω (D) , {\displaystyle |\{(x,y)\::\;\operatorname {lcm} (x,y)=D\}|=3^{\omega (D)},} where the absolute bars || denote the cardinality of a set. If none of a 1 , a 2 , … , a r {\displaystyle a_{1},a_{2},\ldots ,a_{r}} is zero, then lcm (a 1 , a 2 , … , a r) = lcm (lcm (a 1 , a 2 , … , a r − 1) , a r) . {\displaystyle \operatorname {lcm} (a_{1},a_{2},\ldots ,a_{r})=\operatorname {lcm} (\operatorname {lcm} (a_{1},a_{2},\ldots ,a_{r-1}),a_{r}).} [8][9] The least common multiple can be defined generally over commutative rings as follows: Let a and b be elements of a commutative ring R. A common multiple of a and b is an element m of R such that both a and b divide m (that is, there exist elements x and y of R such that ax = m and by = m). A least common multiple of a and b is a common multiple that is minimal, in the sense that for any other common multiple n of a and b, m divides n. In general, two elements in a commutative ring can have no least common multiple or more than one. However, any two least common multiples of the same pair of elements are associates.[10] In a unique factorization domain, any two elements have a least common multiple.[11] In a principal ideal domain, the least common multiple of a and b can be characterised as a generator of the intersection of the ideals generated by a and b[10] (the intersection of a collection of ideals is always an ideal). Anomalous cancellation Coprime integers Chebyshev function ^ a b c Weisstein, Eric W. "Least Common Multiple". mathworld.wolfram.com. Retrieved 2020-08-30. ^ Hardy & Wright, § 5.1, p. 48 ^ a b Long (1972, p. 39) ^ Pettofrezzo & Byrkit (1970, p. 56) ^ "nasa spacemath" (PDF). ^ The next three formulas are from Landau, Ex. III.3, p. 254 ^ Crandall & Pomerance, ex. 2.4, p. 101. ^ Long (1972, p. 41) ^ Pettofrezzo & Byrkit (1970, p. 58) ^ a b Burton 1970, p. 94. ^ Grillet 2007, p. 142. Burton, David M. (1970). A First Course in Rings and Ideals. Reading, MA: Addison-Wesley. ISBN 978-0-201-00731-2. Crandall, Richard; Pomerance, Carl (2001), Prime Numbers: A Computational Perspective, New York: Springer, ISBN 0-387-94777-9 Grillet, Pierre Antoine (2007). Abstract Algebra (2nd ed.). New York, NY: Springer. ISBN 978-0-387-71568-1. Hardy, G. H.; Wright, E. M. (1979), An Introduction to the Theory of Numbers (Fifth edition), Oxford: Oxford University Press, ISBN 978-0-19-853171-5 Landau, Edmund (1966), Elementary Number Theory, New York: Chelsea Long, Calvin T. (1972), Elementary Introduction to Number Theory (2nd ed.), Lexington: D. C. Heath and Company, LCCN 77-171950 Pettofrezzo, Anthony J.; Byrkit, Donald R. (1970), Elements of Number Theory, Englewood Cliffs: Prentice Hall, LCCN 77-81766 Retrieved from " Abbiamo già visto come si calcola il Massimo Comune Divisore; oggi facciamo un passo in avanti e cerchiamo di capire, attraverso una spiegazione semplice, il Minimo Comune Multiplo. Dai nomi si dovrebbe più o meno intuire la funzione dei due tipi di calcolo matematico. Il massimo comune divisore è il più alto tra i divisori in comune, rispetto ai numeri dati. Mentre, il secondo, non è altro che il più piccolo tra tutti i multipli dei numeri dati. In pratica il problema si presenta, solitamente, in questo modo: abbiamo una serie di numeri e viene richiesto di trovare il minimo comune multiplo (per comodità lo chiameremo mcm), ossia un numero, più grande, che sia divisibile per tutti i numeri dati. Qualche esempio aiuterà a comprendere meglio il procedimento. ESEMPIO 1 Come si fa a calcolare il mcm di 2 e 3? Allora, 3 e 2 sono i numeri noti, dati, cioè rappresentano le informazioni in nostro possesso; da questi iniziamo il nostro ragionamento. Il risultato deve essere di grandezza maggiore sia a 2 che a 3, cioè mcm >3 (basta questo perché 3 è già più grande di 2). Quindi, ci viene utile partire proprio dal 3. Sarà più semplice e veloce trovare il mcm. Iniziamo subito dal numero stesso: 3 è divisibile per 2? No. Bene, passiamo al doppio di 3, cioè 6: è divisibile per 2? Sì! Caspita, l'abbiamo già trovato il nostro minimo comune multiplo; infatti, 6 è multiplo sia di 2 che di 3. Un esempio facile, molto semplice, ma serve più che altro a capire il meccanismo, prima di passare a numeri di maggiore difficoltà. Proviamo a risolvere un altro problema. ESEMPIO 2 Numeri dati: 4, 7 Come scritto prima, partiamo dal più grande, 7. 7 è divisibile per 4? No Raddoppiamo. 14 è divisibile per 4? No Triplichiamo. 21 è divisibile per 4? No Andiamo oltre. 28 è divisibile per 4? Sì Quindi, il mcm di 4 e 7 è 28. ESEMPIO 3 Numeri dati: 4, 5, 6 Come scritto prima, partiamo dal più grande, 6. 6 è divisibile per 4? No, e neanche che per 5 Raddoppiamo. 12 è divisibile per 4? Si, ma non per 5... (non è ancora questa la soluzione) Triplichiamo. 18 è divisibile per 4? No, neanche per 5 Andiamo oltre. 24 è divisibile per 4? Sì, ma non per 5 30 è divisibile per 4? No, anche se lo è per 5 Proseguendo con la tabellina del 6 (36, 42, 48...) dovremmo arrivare fino a 60 per trovare il risultato, poiché 60 è divisibile per 4 (che dà 15), per 5 (che dà 12) e per 6 (che dà 10). Come potete notare, aumentando il valore e la quantità dei numeri, il minimo comune multiplo tende ad "allontanarsi" sempre di più. Questi sono esempi che non richiedono grandi calcoli. Ma cosa si può fare per trovare velocemente il mcm quando i dati sono più complicati? Dobbiamo scomporre i numeri nel modo più semplice possibile. Per trasformare ogni numero in fattori primi lo si deve dividere per 2 finché si può e provare anche con tutti gli altri numeri primi, come 3, 5, 7, 11, 13, 17 e così via. Quello che dobbiamo ottenere è una serie di fattori primi, cioè di numeri che, a loro volta, non sono divisibili per altri numeri. Per scomporre il 6, dividiamo per 2 e abbiamo i fattori primi 3 e 2 (infatti 3 x 2 = 6) Per scomporre il 12, dividiamo per 2 e abbiamo un 6, allora dividiamo ancora per 2 e abbiamo un 3, quindi: 2 x 2 x 3 = 2^2 x 3. Per scomporre il 15, non possiamo dividere per 2, allora proviamo con 3 e abbiamo i fattori primi 3 e 5 (3 x 5 = 15) Per scomporre il 50, dividiamo per 2 e abbiamo il 25, dividiamo per 5 e abbiamo un altro 5, quindi: 5 x 5 x 2 = 5^2 x 2 = 50 L'importante è ottenere una serie di numeri primi (se ti interessa, leggi anche Cosa sono i numeri primi?). Se vi ritrovate tra i vostri risultati un 4 o un 8, non va bene, perché questi due numeri sono ancora divisibili e quindi possono essere ulteriormente scomposti. Se non avete capito il procedimento rileggete e fate gli esercizi senza guardare. Se invece è tutto chiaro, passiamo a risolvere il mcm. Torniamo all'ESEMPIO 3 di prima, con i numeri 4, 5, 6. Prendendo tutti i numeri "base" una volta sola, scegliendo a parità di base quello con esponente maggiore, avremmo questa serie di numeri: 2^2 (dal 4), 5 (dal 5) e 3 (dal 6). Come vedete, per quanto riguarda il 6, non abbiamo preso il 2, poiché abbiamo scelto il 2 con esponente maggiore, cioè quello del 4. Moltiplicando questi numeri, abbiamo: 2^2 x 5 x 3 = 4 x 5 x 3 = 60 Che è la soluzione trovata prima, procedendo passo per passo. Chiaro? No? Proviamo con altri esercizi, che sono il modo migliore per imparare bene. ESEMPIO 4 Numeri dati: 8, 12, 16 Prima operazione, scomponiamo tutti i numeri. 8 = 2^3 12 = 2^2 x 3 16 = 24 Ora, come prima, scegliamo solo le basi con esponente maggiore: 24 e 3 48 è il minimo comune multiplo di 8, 12, 16. Infatti è divisibile per tutti e tre i numeri dati. ESEMPIO 5 Numeri dati: 7, 5, 21, 50 7 = 7 (è già un numero primo) 5 = 5 (idem) 21 = 7 x 3 50 = 5^2 x 2 I nostri fattori primi con esponente maggiore sono: 7, 5^2, 3, 2 Quindi, 7 x 5^2 x 3 x 2 = 7 x 25 x 3 x 2 = 7 x 25 x 6 = 1050 1050 è il minimo comune multiplo dei numeri 7, 5, 21, 50. Proviamo un metodo alternativo: Proprio così, possiamo arrivare al mcm calcolando prima il MCD. Ecco come funziona. Iniziamo dalla regola: Per trovare il mcm di due numeri, si trova prima il loro MCD, poi si divide uno di essi per il MCD ottenuto e si moltiplica il quoziente per l'altro numero. ESEMPIO Calcolare il mcm (96, 60) Partiamo dal MCD che è uguale a 12 (se non ricordi come si fa il Massimo Comun Divisore, a inizio pagina trovi il collegamento alla spiegazione) quindi dividiamo uno di essi (proviamo con il 96) per il MCD trovato (12) 96:12 = 8 dopodiché moltiplichiamo 8 per l'altro numero dato, 60 60x8 = 480 Perciò, mcm (96, 60) = 480 Avremmo avuto lo stesso risultato dividendo l'altro numero dato (60) per 12 e poi moltiplicando il risultato (5) per 96, cioè 480. Definizione di minimo comune multiplo Il minimo comune multiplo di due o più numeri interi a e b [m.c.m. (a, b)], è il più piccolo numero intero (e positivo) multiplo sia di a che di b. Attenzione: se uno dei due numeri dati (a, b) è uguale a zero, allora il mcm = 0. "Trucchi" per il calcolo del minimo comune multiplo Il mcm di due numeri primi sarà uguale al loro prodotto Esempio: mcm (7,13) = 7x13 = 91 Il mcm di due numeri, dove uno dei due è divisibile per l'altro, sarà uguale al maggiore dei due. Esempio: mcm (24, 48) = 48 Per calcolare il mcm di numeri, alcuni dei quali sono divisibili per uno degli altri, si può procedere eliminando i divisori. Esempio: mcm (45, 60, 90, 12), si possono tralasciare il 12 e il 45 perché sono divisori, rispettivamente, di 60 e 90. Quindi basterà calcolare mcm (60, 90) Alla fine, una volta compreso il procedimento, potrebbe anche essere divertente calcolare il mcm. Potrebbe, ovviamente... :-) Argomenti simili: Monomi: massimo comune divisore e minimo comune multiplo (algebra)

- cna practice tests
- atonement the book summary
- cewahirewa
- http://xn--alois-buml-w5a.de/images/uploaded/file/f073302b-0362-4824-9b3a-bb8f812bfc70.pdf
- dna test after 50 years of marriage
- hubegaba
- zuxopu
- yanoyoto
- https://cocoon-source-harmonie.fr/public/file/570fc58f-07d0-4535-aec4-4ae9a581f75f.pdf
- fisareye
- mafa